

Частное общеобразовательное учреждение
«Православная гимназия во имя Преподобного Сергия Радонежского»

УТВЕРЖДЕНА

решением педагогического совета
(протокол № 1 от 31.08.2022г.)



Тальшева Л. П.

Тальшева Л. П.

УТВЕРЖДЕНА

на заседании методобъединения
(протокол № 1 от 31.08.2022г.)

Микенина О. А.

Руководитель МО

Микенина О.А.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

элективного курса по математике для 10 - 11 классов на 2022/2023 учебный год

Учителя математики Астраков С. Н., Микенина О.А.

Представленная программа элективного курса предполагает решение дополнительных задач, многие из которых понадобятся как при подготовке к экзаменам, в частности ЕГЭ, так и при учебе в высших учебных заведениях. Предлагаются к рассмотрению следующие вопросы курса математики, выходящие за рамки школьной программы: применение свойств функций к решению уравнений и неравенств (более сложные задачи), применение производной в исследовании функций и их графиков (более сложные задачи), уравнения и неравенства на ограниченном множестве; инвариантность, метод областей. Элективный курс представлен в виде практикума, который позволит систематизировать и расширить знания учащихся в решении задач по математике и позволит начать целенаправленную подготовку к сдаче экзамена в форме ЕГЭ.

Математика практически единственный учебный предмет, в котором задачи используются и как цель, и как средство обучения, а иногда и как предмет изучения. Ограниченность учителя временными рамками урока и временем изучения темы, нацеленность учителя и учащихся на достижение ближайших целей, к сожалению, мало способствует решению на уроке задач творческого характера, нестандартных задач, задач повышенного уровня сложности, при решении которых необходимы знания разделов математики, выходящих за пределы школьного курса.

Цель данного элективного курса – помощь как тем учащимся, которые имеют определённые пробелы в математической подготовке, так и тем, кто претендует на получение высокого балла за ЕГЭ по математике профильного уровня.

Представленная программа элективного курса предполагает решение дополнительных задач, многие из которых понадобятся как при подготовке к экзаменам, в частности ЕГЭ, так и при учебе в высших учебных заведениях. Предлагаются к рассмотрению следующие вопросы курса математики, выходящие за рамки школьной программы: применение свойств функций к решению уравнений и неравенств (более

сложные задачи), применение производной в исследовании функций и их графиков (более сложные задачи), уравнения и неравенства на ограниченном множестве; инвариантность, метод областей.

Элективный курс представлен в виде практикума, который позволит систематизировать и расширить знания учащихся в решении задач по математике и позволит начать целенаправленную подготовку к сдаче экзамена в форме ЕГЭ.

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Программа элективного курса предназначена для учащихся 10-11 классов, рассчитана на 72 часа в 10 классе (2 ч в неделю, 36 недель за год) и на 68 ч в 11 классе (2 ч в неделю, 34 недели за год).

Цель курса - создание условий для формирования и развития у обучающихся самоанализа и систематизации полученных знаний, подготовка к итоговой аттестации в форме ЕГЭ.

Задачи курса:

- формирование и развитие у старшеклассников аналитического и логического мышления при проектировании решения задачи;
- расширение и углубление курса математики;
- формирование опыта творческой деятельности учащихся через исследовательскую деятельность при решении нестандартных задач;
- формирование навыка работы с научной литературой, использования различных интернет-ресурсов;
- развитие коммуникативных и общеучебных навыков работы в группе, самостоятельной работы, умений вести дискуссию, аргументировать ответы и т.д.

Виды деятельности на занятиях: лекция учителя, беседа, практикум, консультация, работа с компьютером.

Предполагаемые результаты

Изучение данного курса дает учащимся возможность:

- повторить и систематизировать ранее изученный материал школьного курса математики;
- освоить основные приемы решения задач;
- овладеть навыками построения и анализа предполагаемого решения поставленной задачи;
- познакомиться и использовать на практике нестандартные методы решения задач;
- повысить уровень своей математической культуры, творческого развития, познавательной активности;
- познакомиться с возможностями использования электронных средств обучения, в том числе интернет-ресурсов, в ходе подготовки к итоговой аттестации в форме ЕГЭ.

Содержание курса и методические рекомендации

Модуль I. «Базовые навыки»

В данный модуль входят задания на чтение графиков и диаграмм реальных зависимостей, арифметические действия с целыми числами, дробями, со степенями. Перевод (конвертация) единиц измерений, сравнение величин, прикидка и оценка, соответствия между величинами и их значениями. Практические арифметические задачи с текстовым условием. Понятие вероятности и практические задачи на её вычисление, простейшие правила и формулы вычисления вероятностей.

Методические рекомендации. Этот модуль посвящён задачам, связанным с отработкой базовых математических навыков и умениями применять эти навыки в практических ситуациях. К таким заданиям относятся задания первой части ЕГЭ по математике.

Модуль II. «Алгебра»

II.1. Вычисления и преобразования.

Данный модуль включает в себя задания на применение формул сокращённого умножения (ФСУ), преобразование рациональных алгебраических выражений, арифметические действия с корнями и иррациональными выражениями. Основные формулы тригонометрии, вычисление значений тригонометрических выражений. Понятие и свойства степени с действительным показателем, вычисление значений показательных выражений. Понятие и свойства логарифма, вычисление значений логарифмических выражений. Вычисления и преобразования по данным формулам (подготовительные и более сложные задачи).

Методические рекомендации. Этот раздел предназначен для отработки навыков решения задач на преобразование выражений и вычисление их значений. Подобные задания ежегодно включаются в варианты ЕГЭ по математике как самостоятельные задачи. Кроме того, без умения выполнять такие задания будет трудно или почти невозможно решать более сложные задачи – уравнения, неравенства, задачи по геометрии, требующие выполнения алгебраических преобразований.

II.2. Уравнения.

Линейные и квадратные уравнения. Дробно-рациональные уравнения. Простейшие иррациональные уравнения. Простейшие показательные уравнения. Простейшие логарифмические уравнения. Простейшие и более сложные тригонометрические уравнения.

Методические рекомендации. Этот раздел предназначен для отработки навыков решения задач по теме «Уравнения». Обычно вариант ЕГЭ по математике содержит два задания на решение уравнений или системы уравнений: одно задание с кратким ответом, другое – с развёрнутым (полным решением), без умения решать уравнения трудно рассчитывать и на получение балла по теме «Текстовые задачи», в которой многие задания требуют составления уравнения по условию задачи и решения такого уравнения.

Главным этапом решения любого уравнения является сведение его к одному или нескольким линейным уравнениям.

Уравнение, которое включается в блок заданий с кратким ответом, представляет собой рациональное, показательное, логарифмическое или иррациональное уравнение базового уровня, которое в одно-два действия сводится к линейному или квадратному уравнению (либо уже даётся в таком виде). В открытом банке ЕГЭ по математике содержатся и простейшие тригонометрические уравнения. Для таких уравнений (как и для некоторых других – квадратных, дробно-рациональных, иррациональных) в условии задаётся дополнительное ограничение для отбора корня. В случае для логарифмического или иррационального уравнения один из корней иногда может быть отброшен как посторонний без дополнительного требования.

Для того, чтобы подготовку к ЕГЭ сделать максимально эффективной, в элективный курс включены уравнения, соответствующие всем шести функционально-алгебраическим линиям школьного курса:

- целые рациональные уравнения (линейные и квадратные);
- дробно-рациональные уравнения;
- иррациональные уравнения;

Это, с одной стороны, позволит выявить существующие пробелы и проблемные зоны в подготовке с целью их устранения и выработки устойчивых навыков решения несложных уравнений, а с другой – использовать комплексный подход при организации и проведении обобщающего повторения с целью подготовки к ЕГЭ.

II.3. Текстовые задачи

Задачи на все виды движения, задачи на проценты (в том числе и на сложные проценты), на сплавы, смеси, на части, на разбавления. Задачи на конкретную и абстрактную работу. Задачи на движение: совместное движение, движение протяжённых тел, движение по воде, средняя скорость. Задачи с ограничениями на неизвестные нестандартного вида. Задачи на арифметическую и геометрическую прогрессии, комбинированные задачи, комбинаторные задачи. Задачи экономического содержания. Задачи на вклады. Задачи на кредиты.

Методические рекомендации. Изучение этой темы предполагает систематизацию полученных знаний по теме и углубление школьного курса. Занятия комбинированные: обобщение теоретического материала даётся в форме лекции, отработка материала проводится в форме практического решения задач.

Можно выделить основные группы задач по данной теме:

- арифметические (вычислительные) задачи с текстовым условием;
- задачи на проценты и доли;
- задачи на концентрацию, сплавы, смеси;
- задачи на движение;
- задачи на производительность;

задачи экономического содержания (на вклады, кредиты и др.);
задачи на теорию вероятностей;
текстовые задачи на делимость.

Разумеется, типология текстовых задач далеко не исчерпывается приведённым списком, но умение решать именно такие задачи является ключевым при подготовке по данной теме. Кроме того, при повторении темы непосредственно используются навыки решения задач на вычисление и преобразование выражений, решения простейших и чуть более сложных уравнений, так что происходит повторение и этих тем.

II.4. Неравенства

Этот раздел содержит основные понятия и факты, метод интервалов, метод знакотождественных множителей. Решение логарифмических неравенств с переменным основанием методом знакотождественных множителей. Метод введения новой переменной.

Методические рекомендации. Умение решать стандартные неравенства и системы неравенств является важной частью качественной математической подготовки и необходимо для получения высокого балла на ЕГЭ по математике, ведь с ним связано не только одно конкретное задание ЕГЭ, в котором требуется решить неравенство или систему неравенств, но и более сложные задания, такие, например, как задачи с параметром. Повторению и отработке стандартных методов решения основных типов неравенств (то есть именно таких, которые можно встретить в вариантах ЕГЭ по математике) и посвящён материал этого модуля.

Модуль III. «Функции»

III.1. Функция и график функции

Функция. График функции. Возрастание, убывание, точки максимума и минимума, наибольшие и наименьшие значения функции. Чтение графиков функций. Графики тригонометрических функций. Графики показательной и логарифмической функций.

Методические рекомендации. Задания на функции, их графики, графики их производных и первообразных, исследование функций с помощью производных, в том числе заданных графиками, ежегодно включаются в задания ЕГЭ. Решение части таких заданий предполагает ответы на вопросы, связанные с производной или первообразной функции, по данному графику её производной или первообразной. К таким свойствам относятся монотонность, наличие экстремумов, достижение функцией наибольшего или наименьшего значения на отрезке. Другой тип заданий – это задачи на исследование функции, заданной формулой.

III.2. Понятие производной функции. Связь между графиком функции и графиком её производной

Прямая, угловой коэффициент прямой, график линейной функции. Понятие касательной к графику функции. Связь между знаком углового коэффициента касательной и монотонностью функции. Связь между угловым коэффициентом касательной и точками экстремума функции. понятие производной. Производная как угловой коэффициент касательной. Чтение свойств производной функции по графику этой функции. Чтение свойств графика функции по графику производной этой функции.

Методические рекомендации. Этот раздел предназначен для отработки и закрепления навыков решения задач по теме «Начала математического анализа». Варианты ЕГЭ по математике обычно содержат два задания по этой теме, каждое из которых можно отнести к одному из двух типов. Задание первого типа – это ставшая традиционной в ЕГЭ по математике задача на чтение графика функции для ответа на вопрос о каком-то из свойств производной этой функции, либо на чтение графика производной функции для ответа на вопрос о каком-то из свойств самой функции. Задание второго типа – это задание на вычисление с помощью производной точек экстремума данной функции, её экстремумов или наибольшего (наименьшего) значения данной функции на данном отрезке.

Что касается задач первого типа (функция или её производная задана графиком), то для их решения совершенно не обязательно владеть техникой вычисления производных, знать правила дифференцирования и таблицу производных основных элементарных функций. Достаточно даже интуитивного представления о том, что такое касательная к графику функции и как знак углового коэффициента касательной связан с возрастанием, убыванием и точками экстремума функции. Эти задачи – при правильном наглядном подходе к изложению темы – вполне по силам даже школьнику-гуманитарию. Решение задач второго типа (функция задана формулой) предполагает умение вычислять производные, находить промежутки их знакопостоянства и нули (что, в свою очередь, требует умения решать неравенства), применять стандартный алгоритм при нахождении наибольшего (наименьшего) значения функции на отрезке; эти задания предназначены для тех, кто сдаёт ЕГЭ по математике на профильном уровне.

III.3. Применение производной к исследованию функций

Вычисление производных. Применение производной к исследованию целых рациональных функций. Применение производной к исследованию дробно-рациональных функций. Применение производной к исследованию иррациональных функций. Применение производной к исследованию тригонометрических функций. Применение производной к исследованию показательной функции. Применение производной к исследованию логарифмической функции.

Методические рекомендации. Задачей на тему «Применение производной к исследованию функций» обычно завершается блок заданий с кратким ответом в вариантах ЕГЭ по математике.

Функция в таких задачах задана формулой, а сами задачи можно условно разделить на две группы: в задачах первой группы нужно найти точки экстремума данной функции или

сами экстремумы, в задачах второй группы – вычислить наибольшее или наименьшее значение функции на отрезке.

Первые занятия посвящены вычислению производной и являются подготовительными. В них представлены задачи на вычисление производной для всех шести функционально-алгебраических линий школьного курса математики. При необходимости их можно пропустить или использовать как резервные.

III.4. Применение свойств функции к решению уравнений и неравенств

Применение свойств монотонных функций. Применение свойств ограниченных функций. Инвариантность. Метод областей. Графические интерпретации. Функционально-геометрические интерпретации.

Методические рекомендации. Решение большого числа считающихся нестандартными уравнений, неравенств и их систем (с параметром и без) существенным образом опирается на такие свойства элементарных функций, изучаемых в школьном курсе, как монотонность, ограниченность, непрерывность, чётность или нечётность, периодичность, дифференцируемость, а также на графические интерпретации уравнений и неравенств. Обычные (стандартные) приёмы и методы решения, основанные на сведении уравнения (неравенства) к одному или нескольким простейшим с помощью алгебраических преобразований или замены переменной, в таких задачах оказываются, как правило, малоэффективными или неэффективными вовсе и являются лишь вспомогательными, «инструментальными», техническими средствами решения, которые будут совершенно бесполезными в отсутствие ключевой идеи.

Модуль IV. «Геометрия»

IV.1. Планиметрия

Треугольник. Параллелограмм. Прямоугольник, квадрат, ромб. Трапеция. Окружность и круг. Вписанные и описанные окружности. Геометрия на клетчатой бумаге. Простейшие задачи в координатах.

Методические рекомендации. Задачи по планиметрии с кратким ответом встречаются в вариантах ЕГЭ по математике как базового, так и профильного уровня. Это достаточно традиционные несложные задачи на вычисление углов, расстояний, длин, площадей плоских фигур, в том числе по готовому рисунку, в некоторых случаях сделанному на бумаге в клетку или в прямоугольной системе координат (с указанием координат данных точек в условии или на рисунке).

IV.2. Стереометрия

Пирамида, её элементы. Правильная пирамида, её элементы. Правильная треугольная пирамида. Правильная четырёхугольная пирамида. Правильная шестиугольная пирамида. Призма. Вычисление площадей и объёмов. Призма, её элементы. Прямая призма. Правильная призма. Правильная треугольная призма. Параллелепипед, его элементы.

Прямоугольный параллелепипед. Куб. Площадь поверхности призмы. Объём призмы. Сфера и шар, их элементы. Площадь сферы и объём шара. Цилиндр, его элементы. Площадь поверхности цилиндра. Конус, его элементы. Площадь поверхности конуса. Объёмы цилиндра и конуса. Изменение площади и объёма фигуры при изменении её размеров.

Метод координат в пространстве. Уравнение плоскости. Угол между векторами. Угол между прямой и плоскостью. Угол между плоскостями. Расстояние от точки до плоскости. Расстояние между скрещивающимися прямыми. Объём многогранника. Построение сечений. Периметр и площадь сечения.

Методические рекомендации. Задачи по стереометрии встречаются в вариантах ЕГЭ по математике и среди заданий с кратким ответом, и среди заданий с развёрнутым ответом (полным решением).

Задачи с кратким ответом можно (достаточно условно) разделить на две группы: первая – вполне традиционные несложные задачи на вычисление углов, расстояний, площадей поверхности и объёмов, вторая – задачи, которые в определённой степени можно считать заданиями с практическим содержанием. В последних обычно требуется ответить на вопросы, связанные с изменением площади, объёма или массы тела при изменении его линейных размеров (например, ответить на вопрос о массе шарика, сделанного из того же материала, что и шарик вдвое меньшего радиуса, если масса меньшего шарика известна), а также найти площадь поверхности или объём невыпуклого многогранника, все двугранные углы которого прямые.

Для того, чтобы решить успешно задачи первой группы, нужно уметь решать стандартные задачи на правильные пирамиды и призмы, тела вращения и некоторые несложные задачи на произвольные пирамиды или наклонные призмы, в сущности, проверяющие владение основными понятиями, определениями и теоремами.

Учебно-тематический план
10 класс (2 ч в неделю, 72 ч за год)

№ п/п Тема занятия

Базовые навыки

1. Чтение графиков и диаграмм реальных зависимостей.
2. Арифметические действия с целыми числами.
3. Арифметические действия с дробями.
4. Арифметические действия со степенями.
5. Перевод (конвертация) единиц измерения, сравнение величин, прикидка и оценка, соответствия между величинами и их значениями.
6. Практические арифметические задачи с текстовым условием.
7. Понятие вероятности. Практические задачи на вычисление вероятностей.
8. Простейшие правила и формулы вычисления вероятностей.

Вычисления и преобразования

9. Формулы сокращённого умножения. Преобразование рациональных алгебраических выражений.
10. Арифметические действия с корнями и иррациональными выражениями.
11. Основные формулы тригонометрии. Вычисление значений тригонометрических выражений.

Уравнения

12. Линейные и квадратные уравнения.
13. Дробно-рациональные уравнения.
14. Дробно-рациональные уравнения
15. Простейшие иррациональные, показательные и логарифмические уравнения.
16. Тригонометрические уравнения.

Текстовые задачи

17. Задачи на сложные проценты, сплавы, смеси, на части, на разбавления.
18. Решение задач на равномерное движение по окружности, по прямой, на равноускоренное (равнозамедленное) движение.
19. Задачи на конкретную и абстрактную работу.
20. Решение задач на арифметическую и геометрическую прогрессии.
21. Комбинированные задачи.
22. Решение экономических задач (задачи на кредиты).
23. Решение экономических задач (задачи на кредиты)
24. Решение экономических задач (задачи на кредиты)
25. Решение экономических задач (задачи на кредиты)
26. Решение экономических задач (задачи на кредиты)
27. Решение экономических задач (задачи на вклады)
28. Решение экономических задач (задачи на вклады)
29. Решение экономических задач (задачи на вклады)
30. Решение экономических задач (задачи на вклады)

31. Решение экономических задач (задачи на вклады)

32. Решение экономических задач (задачи на вклады)

Неравенства

33. Основные понятия и факты. Метод интервалов.

34. Метод интервалов.

35. Метод знакотождественных множителей.

36. Метод знакотождественных множителей.

37. Решение логарифмических неравенств с переменным основанием методом знакотождественных множителей.

38. Решение логарифмических неравенств с переменным основанием методом знакотождественных множителей.

39. Метод введения новой переменной.

Функция и график функции

40. Функция. График функции. Возрастание, убывание, точки максимума и минимума, наибольшие и наименьшие значения функции.

41. Графики тригонометрических функций.

42. Графики показательной и логарифмической функций.

43. Чтение графиков функций.

Теория вероятностей

44. Определение вероятности. Решение простых задач из вариантов ЕГЭ

45. Вероятность: перебор возможных вариантов.

46. Противоположные события.

47. Объединение несовместных событий.

48. Пересечение независимых событий.

49. Формула сложения вероятностей зависимых событий.

50. Формула Бернулли.

51. Решение задач на применение формулы Бернулли.

52. Решение задач на применение формулы Бернулли.

53. Решение задач на применение формулы Бернулли.

54. Решение задач по теории вероятностей из вариантов ЕГЭ.

Метод координат в пространстве

55. Уравнение плоскости.

56. Угол между векторами.

57. Угол между прямой и плоскостью.

58. Угол между прямой и плоскостью.

59. Угол между плоскостями.

60. Угол между плоскостями.

61. Уравнение прямой в пространстве, заданное параметрически.

62. Расстояние от точки до плоскости.

63. Расстояние от точки до плоскости.

64. Расстояние между скрещивающимися прямыми.

65. Расстояние между скрещивающимися прямыми.

66. Объем многогранника.

67. Построение сечений.

68. Периметр и площадь сечения.

69. Периметр и площадь сечения.

70. Решение задач

71. Решение задач

72. Решение задач

Учебно-тематический план, 11 класс (2 ч в неделю, 68 ч за год)

№ п/п Тема занятия

Понятие производной функции. Связь между графиком функции и графиком её производной

1. Прямая, угловой коэффициент прямой, график линейной функции.
2. Понятие касательной к графику функции.

3. Связь между знаком углового коэффициента касательной и монотонностью функции.
4. Связь между угловым коэффициентом касательной и точками экстремума функции. понятие производной.
5. Производная как угловой коэффициент касательной.
6. Чтение свойств производной функции по графику этой функции.
7. Чтение свойств графика функции по графику производной этой функции.
8. Обобщение. Решение задач.

Применение свойств функции к решению уравнений и неравенств

9. Применение свойств монотонных функций.
10. Применение свойств ограниченных функций.
11. Инвариантность.
12. Метод областей.
13. Графические интерпретации.
14. Функционально-геометрические интерпретации.
15. Обобщение. Решение задач.

Вычисления и преобразования

- 16.
17. Понятие и свойства логарифма, вычисление значений логарифмических выражений.
18. Вычисления и преобразования по данным формулам (подготовительные задачи).
19. Вычисления и преобразования по данным формулам (более сложные задачи).
20. Обобщение. Решение задач.

Текстовые задачи

21. Задачи на проценты (в том числе и на сложные проценты), на части, на доли.
22. Задачи на концентрацию, сплавы, смеси, на разбавления.
23. Задачи на делимость.
24. Задачи с целочисленными неизвестными.
25. Экономические задачи.
26. Обобщение. Решение задач.

Уравнения

27. Простейшие тригонометрические уравнения.
28. Более сложные тригонометрические уравнения.
29. Простейшие показательные уравнения.
30. Простейшие логарифмические уравнения.
31. Обобщение. Решение задач.

Планиметрия

32. Основные аксиомы и теоремы планиметрии.
33. Треугольник.
34. Параллелограмм.
35. Прямоугольник, квадрат, ромб.
36. Трапеция.
37. Окружность и круг.
38. Вписанные и описанные окружности.

39. Геометрия на клетчатой бумаге.
 40. Простейшие задачи в координатах.
 41. Задачи на готовых чертежах.
 42. Решение задач
 43. Решение задач
- Стереометрия**
44. Пирамида, её элементы.
 45. Правильная пирамида, её элементы.
 46. Правильная треугольная пирамида.
 47. Правильная четырёхугольная пирамида.
 48. Правильная шестиугольная пирамида.
 49. Пирамида. Вычисление площадей и объёмов.
 50. Призма, её элементы. Прямая призма.
 51. Правильная призма.
 52. Правильная треугольная призма.
 53. Параллелепипед, его элементы.
 54. Прямоугольный параллелепипед. Куб.
 55. Площадь поверхности призмы.
 56. Объём призмы.
 57. Сфера и шар, их элементы
 58. Площадь сферы и объём шара.
 59. Цилиндр, его элементы.
 60. Площадь поверхности цилиндра.
 61. Конус, его элементы.
 62. Площадь поверхности конуса.
 63. Площадь поверхности конуса.
 64. Объёмы цилиндра и конуса.
 65. Объёмы цилиндра и конуса.
 66. Изменение площади и объёма фигуры при изменении её размеров.
 67. Обобщение. Решение задач.
 68. Обобщение. Решение задач.

Список литературы:

1. Алгебра и начала математического анализа: 10-11 классы: учебник и задачник для общеобразовательных учреждений под ред. А.Г.Мордковича.– М.: Мнемозина, 2017.
2. Геометрия, 10-11 : учеб. для общеобразоват. учреждений: базовый и профил. Уровни / Л.С.Атанасян, В.Ф.Бутузов, С.Б.Кадомцев и др. – М.: Просвещение, 2017.
3. ЕГЭ 2022 Математика. Профильный уровень. Типовые экзаменационные варианты. 36 вариантов. Национальное образование 2022.
4. ЕГЭ Математика. Теория вероятностей. Лысенко В. Легион, 2022.

5. ЕГЭ 2022 Математика. Профильный уровень. Стереометрия. Садовничий Ю. Экзамен, 2022.
6. ЕГЭ 2012. Математика. Задачи с параметрами при подготовке к ЕГЭ. Высоцкий В.С.М.: Экзамен, 2011 - 316 с.
7. Задачи по стереометрии (координатный метод), Бунеева Н.А., Каргаполов А.М., НГУ, 2006
8. ЕГЭ 2012. Математика. Учимся решать задачи с параметром. Подготовка к ЕГЭ: задание С5. Иванов С.О. и др. Под ред. Лысенко Ф.Ф., Кулабухова С.Ю. Ростов н/Д: Легион-М, 2011 - 48 с.
9. ЕГЭ 2017. Математика. Решение заданий типа В13. Корянов А.Г., Прокофьев А.А. Тригонометрические уравнения: методы решений и отбор корней.
- 10 . Дятлов В.Н. Как научиться решать задачи по планиметрии. Математика, 1 сентября, 2016, январь.

Интернет-источники:

Открытый банк задач ЕГЭ: <http://mathege.ru>

<http://alexlarin.ru>

<http://решуегэ.ru>

Онлайн тесты:

<http://uztest.ru/exam?idexam=25>

<http://egeru.ru>

<http://reshuege.ru/>